

В.А. Шовин

*Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева
СО РАН, г. Омск*

МНОГОМЕРНОЕ ШКАЛИРОВАНИЕ НА БАЗЕ МЕТОДА ВЕРЛЕ

1. Введение

Многомерное шкалирование позволяет в рамках гипотезы о размерности целевого пространства расположить объекты по их взаимным расстояниям таким образом, чтобы восстанавливаемые расстояния между объектами приближались к эмпирическим.

Метод Верле – это итерационный метод вычисления следующего местоположения точки по текущему и прошлому. Этот метод позволяет учитывать дополнительные ограничения, накладываемые на системы точек, например, расстояния между точками. На базе метода Верле предлагается осуществить многомерное шкалирование, тем самым взаимные расстояния между точками будут учтены с наибольшей точностью.

В качестве матрицы взаимных расстояний будет выступать матрица корреляций. С помощью многомерного шкалирования будет осуществлена факторизация корреляционной матрицы, тем самым будет восстановлена факторная структура данных в факторном пространстве. Чтобы получить интерпретабельное решение предлагается использовать отдельные методы факторного вращения, примененные к восстановленной факторной структуре.

2. Метод Верле

Алгоритм Верле используется для вычисления следующего положения точки по текущему и прошлому:

$$\bar{x}_j^i = \bar{x}_j^{i-1} + \bar{v}_j,$$

$\bar{x}_j^i = (x_{j1}^i, x_{j2}^i, \dots, x_{jm}^i)$ – вычисляемые координаты j -й точки на i -й итерации,

m – размерность пространства,

$\bar{v}_j = \bar{x}_j^{i-1} - \bar{x}_j^{i-2}$ – вектор скорости j -й точки.

На систему точек накладываются ограничения: некоторые из точек связаны упругими стержнями заданной длины.

Алгоритм работает следующим образом:

1. Вычисляются новые положения точек.
2. Для каждой связи удовлетворяется соответствующее условие.
3. Шаг 2 повторяется s раз.

Например, $s = 16$.

Процедура релаксации связи описывается следующими формулами:

Если связь представлена точками \bar{a} и \bar{b} с равновесным расстоянием между ними t , то

$$\bar{a}^i = \bar{a}^{i-1} + \bar{r},$$

$$\bar{b}^i = \bar{b}^{i-1} - \bar{r},$$

$$\bar{r} = f \cdot q \cdot \frac{t - |\bar{a}^{i-1} - \bar{b}^{i-1}|}{|\bar{a}^{i-1} - \bar{b}^{i-1}|} (\bar{a}^{i-1} - \bar{b}^{i-1}),$$

$f = 0.7$ – коэффициент упругости связи,

$q = \frac{1}{s}$ – коэффициент, зависящий от числа s повторений шага 2.

3. Заключение

Метод многомерного шкалирования на базе метода Верле, примененный к корреляционной матрице, является альтернативным методом факторизации. Для 15 биофизических показателей артериальной гипертензии начальной стадии была получена факторная структура на базе данного метода. Полученная факторная структура находится в соответствии с другими методами факторизации.

Литература

1. Шовин В.А., Гольтяпин В.В. Методы вращения факторных структур // Математические структуры и моделирование. 2015. № 2 (34). С. 75–83.
2. Гольтяпин В.В., Шовин В.А. Косоугольная факторная модель артериальной гипертензии первой стадии // Вестник Омского университета. 2010. № 4. С. 120–128.